Correction de la serie2 d'éxercices: Calcul numérique : Partie2

Opérations et règles de calcul dans l'ensemble des nombres réels

Exercice1 : Calculer, puis simplifier les fractions suivantes : 1) $\frac{1}{9}-\frac{4}{9}$ 2) $\left(-\frac{5}{7}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)$ 3) $\frac{5}{7}\times\left(-\frac{7}{3}\right)$

4) $\frac{-\frac{5}{7}}{\frac{7}{3}}$ 5) $\frac{5}{7}+\frac{4}{3}$ 6) $\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{5}$ 7) $\frac{1}{1+\frac{1}{3}}+1$

Correction :1) $\frac{1}{9}-\frac{4}{9}=\frac{1-4}{9}=\frac{-3}{9}=\frac{-1}{3}$ 2) $\left(-\frac{5}{7}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{5\times4}{7\times3}=\frac{20}{21}$ 3) $\frac{5}{7}\times\left(-\frac{7}{3}\right)=-\frac{5\times7}{7\times3}=-\frac{5}{3}$

4) $\frac{-\frac{5}{7}}{\frac{7}{3}}=-\frac{5}{7}\times\frac{3}{7}=-\frac{15}{49}$ 5) $\frac{5}{7}+\frac{4}{3}=\frac{5\times3+7\times4}{7\times3}=\frac{15+28}{21}=\frac{43}{21}$

6) $\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{5}=\left(\frac{4-9}{12}\right)\times\frac{1}{5}=\left(\frac{-5}{12}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{-5\times1}{12\times5}=\frac{-1}{12}$

7) $\frac{1}{1+\frac{1}{3}}+1=\frac{1}{\frac{3}{3}+\frac{1}{3}}+1=\frac{1}{\frac{4}{3}}+1=1+\frac{3}{4}=\frac{4}{4}+\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$.

Exercice2 : Opposés et inverses

1) Parmi les réels suivants, entourer l'opposé de :

***2** rép $\frac{1}{2};\quad -\frac{1}{2};\quad -2;\quad \frac{-1}{2};\quad \frac{1}{-2}$;

* $\frac{-1}{-2}$ rép $\frac{1}{2};\quad -\frac{1}{2};\quad -2;\quad \frac{-1}{2};\quad \frac{1}{-2}$;

* -5 rép: $\frac{1}{5};\quad -\frac{1}{5};\quad 5;\quad \frac{-1}{5};\quad \frac{1}{-5}$.

Correction :1) -2 ; $-\frac{1}{2}$; 5

2) Quel est l'opposé de chacun des réels suivants :

5	$-\frac{2}{3}$	x	$-x$	$x+1$	$1-x$	x^2	$-\frac{1}{x}$

Correction :2) -5 ; $2/3$; $-x$; x ; $-x-1$; $x-1$; $-x^2$; $1/x$.

3) Parmi les réels suivants, entourer l'inverse de :

* 3 rép : $-3;\frac{1}{3};-\frac{1}{3}$;

* $\frac{1}{3}$ rép : $-3;\frac{1}{3};3;-\frac{1}{3}$;

* -4 rép : $4;\frac{1}{4};-\frac{1}{4}$; * $\frac{2}{3}$ rép : $-\frac{3}{2};-\frac{2}{3};\frac{3}{2}$.

Correction :3) $\frac{1}{3}$; 3 ; $-\frac{1}{4}$; $\frac{3}{2}$

4)Quel est l'inverse de chacun des réels suivants :

5	$-\frac{4}{5}$	x	$-x$	$x+1$	$1-x$	x^2	$-\frac{2}{x-1}$

Correction :4) 1/5 ; −5/4 ; 1/x ; x^{-2} ; 1/(x+1) ; 1/(x−1) ; (1−x)/2.

Exercice3 : Calculer et simplifier : $A=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{7}{6}$ $B=\frac{-2}{3}+\frac{7}{6}-\frac{1}{4}-2$ $C=\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{2}\right)^2$ $D=\frac{5+\frac{1}{3}}{2-\frac{3}{2}}$

$E=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}+1-\frac{1}{2}\right)$ $G=\left[(a-c)-(a-b)\right]-\left[(c-a)+(b-c)\right]$

Correction : $A=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{7}{6}=\frac{9}{12}+\frac{20}{12}-\frac{14}{12}=\frac{9+20-14}{12}=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$

$B=\frac{-2}{3}+\frac{7}{6}-\frac{1}{4}-2=\frac{-8}{12}+\frac{14}{12}-\frac{3}{12}-\frac{24}{12}=\frac{-8+14-3-24}{12}=\frac{-21}{12}=-\frac{7}{4}$

$C=\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{4-15}{6}\right)^2=\left(\frac{-11}{6}\right)^2=\frac{(-11)^2}{6^2}=\frac{121}{36}$

$D=\frac{5+\frac{1}{3}}{2-\frac{3}{2}}=\frac{\frac{16}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{16}{3}\times\frac{2}{1}=\frac{32}{3}$

$E=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}+1-\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{3}{3}-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{10}+\frac{10}{10}-\frac{5}{10}\right)=\frac{2}{3}\left(\frac{4+10-5}{10}\right)=\frac{2}{3}\left(\frac{9}{10}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{3\times3}{5\times2}=\frac{3}{5}$

$G=\left[(a-c)-(a-b)\right]-\left[(c-a)+(b-c)\right]=(a-c-a+b)-(c-a+b-c)$

$G=a-c-a+b-c+a-b+c=a-c$

Exercice4 : Calculer et simplifier : $A=\left(-1+\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right)(-4)+\left(-\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{2}{5}\right)\left(\frac{18}{5}\right)$

$B=\left(\frac{4}{9}-\frac{11}{27}\right)\left(2-\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{3}{5}-\frac{7}{15}\right)\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)$ $C=\frac{7}{3}\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)$

$E=\frac{9-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}}{-5+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}}\times\frac{8-\frac{1}{5}-\frac{7}{10}}{1-\frac{3}{2}-\frac{5}{4}}$ et $F=5+\frac{1}{4+\frac{1}{3+\frac{1}{2}}}$ et $G=\frac{1-\frac{1}{3}+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}{1+\frac{1}{3}-\frac{1}{1-\frac{1}{3}}}$ et $H=\frac{7-\frac{4}{\pi}}{12-21\pi}$

Correction : $A=\left(-1+\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right)(-4)+\left(-\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{2}{5}\right)\left(\frac{18}{5}\right)$

$A=\left(\frac{-20+8+5}{20}\right)(-4)+\left(\frac{-45+100-24}{60}\right)\left(\frac{18}{5}\right)$

$A=\left(\frac{-7}{20}\right)\times(-4)+\frac{31}{60}\times\frac{18}{5}=\frac{7}{5}+\frac{93}{50}=\frac{70+93}{50}=\frac{163}{50}$

$B=\left(\frac{4}{9}-\frac{11}{27}\right)\left(2-\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{3}{5}-\frac{7}{15}\right)\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)=\frac{12-11}{27}\times\frac{6-4}{3}-\frac{9-7}{15}\times\frac{8-3}{6}$ donc $B=\frac{1}{27}\times\frac{2}{3}-\frac{2}{15}\times\frac{5}{6}=\frac{2}{81}-\frac{1}{9}=\frac{2-9}{81}=\frac{-7}{81}$

$C=\frac{7}{3}\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)$

donc $C=\frac{7}{3}\times\frac{36-40+45}{60}+\frac{-5+4}{6}\times\frac{1-4}{6}=\frac{7}{3}\times\frac{41}{60}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{6}$

$C=\frac{287}{180}+\frac{1}{12}=\frac{287+15}{180}=\frac{302}{180}=\frac{151}{90}$

$E=\frac{9-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}}{-5+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}}\times\frac{8-\frac{1}{5}-\frac{7}{10}}{1-\frac{3}{2}-\frac{5}{4}}=\frac{\frac{54-2+5}{6}}{\frac{-20+2-3}{4}}\times\frac{\frac{80-2-7}{10}}{\frac{4-6-5}{4}}=\frac{\frac{57}{6}}{\frac{-21}{4}}\times\frac{\frac{71}{10}}{\frac{-7}{4}}$

$E=\frac{57}{6}\times\frac{-4}{21}\times\frac{71}{10}\times\frac{-4}{7}=\frac{19}{3}\times\frac{2}{7}\times\frac{71}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{5395}{735}$

$F=5+\frac{1}{4+\frac{1}{3+\frac{1}{2}}}=5+\frac{1}{4+\frac{2}{7}}=5+\frac{7}{30}=\frac{150+7}{30}=\frac{157}{30}$

$G=\frac{1-\frac{1}{3}+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}{1+\frac{1}{3}-\frac{1}{1-\frac{1}{3}}}=\frac{\frac{3-1}{3}+\frac{3}{3+1}}{\frac{3+1}{3}-\frac{3}{3-1}}=\frac{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}{\frac{4}{3}-\frac{3}{2}}=\frac{\frac{17}{12}}{-\frac{1}{6}}=\frac{17}{12}\times-6=-\frac{17}{2}$

$H=\frac{\frac{7\pi-4}{\pi}}{\frac{12-21\pi}{1}}=\frac{7\pi-4}{\pi}\times\frac{1}{12-21\pi}$ donc : $H=\frac{7\pi-4}{\pi}\times\frac{1}{-3(7\pi-4)}=-\frac{1}{3\pi}$

Exercice5 : Soient $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$ tels que : $a-b=-\frac{7}{6}$ Calculer et simplifier :

$A_1=a-\left(b-\frac{71}{61}\right)$ et $A_2=\left(a-\frac{9}{5}\right)-\left(b-\frac{9}{5}\right)$

$A_3=\left(b+\frac{2020}{2021}\right)-\left(a-\frac{1}{2021}\right)$; $A_4=(2a-5)+(6-2b)$

Correction : $A_1=a-\left(b-\frac{71}{61}\right)=a-b+\frac{71}{61}=-\frac{7}{6}+\frac{71}{61}=-\frac{1}{336}$

$A_2=\left(a-\frac{9}{5}\right)-\left(b-\frac{9}{5}\right)=a-\frac{9}{5}-b+\frac{9}{5}=a-b=-\frac{7}{6}$

$A_3=\left(b+\frac{2020}{2021}\right)-\left(a-\frac{1}{2021}\right)=b-a+\frac{2020}{2021}+\frac{1}{2021}$

donc : $A_3=-(a-b)+\frac{2020+1}{2021}=-\left(-\frac{7}{6}\right)+\frac{2021}{2021}=\frac{7}{6}+1=\frac{7}{6}+\frac{6}{6}=\frac{13}{6}$

$A_4=(2a-5)+(6-2b)=2a-5+6-2b=2a-2b+1$ donc : $A_4=2(a-b)+1=2\times-\frac{7}{6}+1=-\frac{7}{3}+1=-\frac{4}{3}$

Exercice6 : Mettre les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles :

1) $\frac{5}{6}+1-\frac{10}{4}+\frac{2}{3}$ 2) $\frac{2+\frac{1}{3}}{\frac{3}{7}\times\frac{28}{27}}$ 3) $\frac{18\times15}{27\times25}-\frac{3}{25}$

Correction :1) $\frac{5}{6}+1-\frac{10}{4}+\frac{2}{3}=\frac{5}{6}+1-\frac{5}{2}+\frac{2}{3}=\frac{5+6-15+4}{6}=0$. 2) $\frac{2+\frac{1}{3}}{\frac{3}{7}\times\frac{28}{27}}=\frac{\frac{6+1}{3}}{\frac{3.4.7}{7.3.3.3}}=\frac{7}{3}.\frac{3.3}{4}=\frac{21}{4}$.

3) $\frac{18\times15}{27\times25}-\frac{3}{25}=\frac{2}{5}-\frac{3}{25}=\frac{7}{25}$

Exercice7 : 1) Calculer : $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ puis $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$.

2) En moins d'une minute donner une fraction égale à la somme

$S=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}$.

Correction :1) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$ et $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$ et ……. $\frac{1}{9}-\frac{1}{10}=\frac{1}{90}$

2) $S=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}$

$S=\frac{1}{2}-\frac{1}{10}=\frac{5}{10}-\frac{1}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$